

# Überblickswissen: Rationale und Reelle Zahlen

## Quadratzahlen:

Das Quadrat einer Zahl ist das Produkt der Zahl multipliziert mit sich selbst.

Beispiel:  $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

**Wichtig:** Bei Quadratzahlen gilt: Das Quadrat ( $^2$ ) bezieht sich immer nur auf die Zahl, die direkt unter ihr steht. Deshalb gilt:  $\frac{a}{b}^2 = \frac{a^2}{b^2}$ , aber:  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2}$

Will man den ganzen Bruch quadrieren, so muss er in Klammern stehen!  
Für die Rechnung gilt: Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner.

Beispiel:  $(\frac{3}{4})^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

Wird eine Summe oder die Differenz zweier Zahlen quadriert, müssen die binomischen Formeln beachtet werden!

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  und  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

## Wurzeln:

Die Wurzel einer Zahl  $a$  ist diejenige Zahl, die mit sich selbst multipliziert  $a$  ergibt.

$\sqrt{a} = x$ ;  $x \cdot x = a$  Beispiel:  $\sqrt{9} = 3$ , denn  $3 \cdot 3 = 9$

**Wichtig:** Aus negativen Zahlen kann man keine Wurzeln ziehen!

**Für Wurzeln gilt:** Die Wurzel aus dem Produkt zweier Zahlen ist gleich dem Produkt der Wurzeln der Zahlen:

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$  Beispiel:  $\sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4}$

Die Wurzel aus dem Quotienten zweier Zahlen ist gleich dem Quotienten der Wurzeln der Zahlen:

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  Beispiel:  $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$

**Tipp:** Beim Wurzelziehen aus Zahlen hilft oft die Zerlegung in bekannte Quadratzahlen!

Beispiele:  $\sqrt{0,64} = \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}} = \frac{8}{10} = 0,8$

$\sqrt{32400} = \sqrt{324 \cdot 100} = \sqrt{324} \cdot \sqrt{100} = 18 \cdot 10 = 180$

Die Wurzeln vieler Zahlen zählen zu den irrationalen Zahlen. Sie lassen sich nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen und bilden nicht abbrechende und nichtperiodische Dezimalbrüche.

Beispiel:  $\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242097\dots$

## Perioden:

Unter Perioden versteht man Dezimalbrüche, bei denen sich eine Zahl oder eine Zahlenfolge ab einer bestimmten Stelle hinter dem Komma unendlich wiederholt.

Beispiel:  $0,243434343434\dots$ , man schreibt:  $0,2\overline{43}$ , man sagt: Null Komma Zwei Periode Vier Drei.

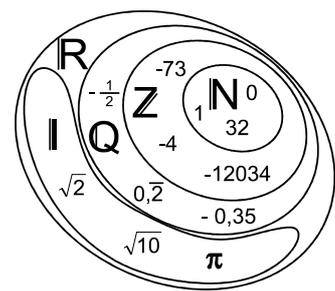
Jeder periodische Dezimalbruch lässt sich in einen Bruch aus zwei ganzen Zahlen umwandeln, denn sie gehören alle zu den rationalen Zahlen. Beim Umwandeln spielt der Nenner 9 eine wichtige Rolle. Bei der Umwandlung von nicht reinperiodischen Dezimalbrüchen hilft es, die Zahl zu zerlegen.

Beispiele:

$0,\overline{7} = \frac{7}{9}$ ;  $0,0\overline{7} = 0,\overline{7} : 10 = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{90}$ ;  $0,3\overline{7} = 0,\overline{7} : 10 + 0,3 = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{90} + \frac{3}{10} = \frac{7}{90} + \frac{27}{90} = \frac{34}{90}$

$0,3\overline{7} = \frac{37}{99}$ ;  $2,413\overline{7} = 0,3\overline{7} : 100 + 2,41 = \frac{37}{99} \cdot \frac{1}{100} + \frac{241}{100} = \frac{37}{9900} + \frac{241}{100} = \frac{37}{9900} + \frac{23859}{9900} = \frac{23896}{9900}$

$1^2 = 1$
$2^2 = 4$
$3^2 = 9$
$4^2 = 16$
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$
$7^2 = 49$
$8^2 = 64$
$9^2 = 81$
$10^2 = 100$
$11^2 = 121$
$12^2 = 144$
$13^2 = 169$
$14^2 = 196$
$15^2 = 225$
$16^2 = 256$
$17^2 = 289$
$18^2 = 324$
$19^2 = 361$
$20^2 = 400$
$21^2 = 441$
$22^2 = 484$
$23^2 = 529$
$24^2 = 576$
$25^2 = 625$



**N** = Natürliche Zahlen, **Z** = Ganze Zahlen,  
**Q** = Rationale Zahlen,  
**I** = Irrationale Zahlen, **R** = Reelle Zahlen